EXPONENTIELLE

Définitions

La fonction exponentielle est la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien. Pour tout x, on note $\exp(x) = e^x$.

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y \quad \text{pour tout réel } x \text{ et tout réel } y > 0.$$

<u>Conséquences</u> : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln(e^x) = x \quad$ et $\quad \forall x \in]0,+\infty[\quad e^{\ln x} = x$.

Propriété fondamentale

$e^{a+b} = e^a \times e^b$ pour tous réels a et b.

<u>Conséquences</u> : $(e^a)^k = e^{ka}$ pour tout entier k.

$$e^{a/2} = \sqrt{e^a} \qquad e^{-a} = \frac{1}{e^a} \qquad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

Dérivée

La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$: $\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = e^x$.

Limites

$$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0 \qquad \lim_{x \to -\infty} |x|^\alpha e^x = 0 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} x^\alpha e^{-x} = 0$$

Signe

Elle est positive : $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$

Courbe

x	$-\infty$		$+\infty$
exp	0	$\nearrow$	$+\infty$

Définitions

La fonction exponentielle de base $a > 0$ est la fonction définie par : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exp_a(x) = a^x = e^{x \ln a}$.

L'exponentielle est la fonction exponentielle de base e.

Propriété fondamentale

$a^{x+y} = a^x \times a^y$ pour tous réels x et y.

Mêmes conséquences que pour l'exponentielle.

Dérivée

La fonction exponentielle de base a est dérivable sur $\mathbb{R}$: $\forall x \in \mathbb{R} \quad (a^x)' = a^x \ln a$.

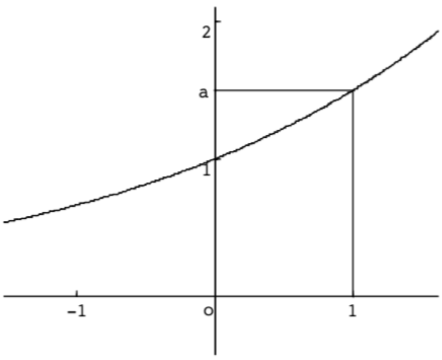
Limites

$$\lim_{x \to -\infty} a^x = \begin{cases} +\infty \text{ si } a < 1 \\ 0 \text{ si } a > 1 \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} a^x = \begin{cases} 0 \text{ si } a < 1 \\ +\infty \text{ si } a > 1 \end{cases}$$

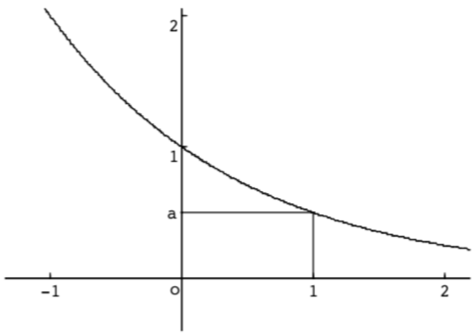
Signe

Elle est positive : $\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x > 0$.

Courbe



$a < 1$



$a > 1$